Dr. Kertész Pál születésének 70. évfordulója tiszteletére (BME, 1998. október 16.)

Modellalkotás és a tudományos megismerés

Dr. Asszonyi Csaba
Montavid Investment Technologies Trust, Budapest

Összefoglalás

Az irreverzibilis termodinamika törvényei képesek valósághűen leírni: a természet és az emberi beavatkozás (mérnöki létesítmények) kölcsönhatását, a Földkéreg évmilliók óta fennálló egyensúlyi állapotának megbontását, és ennek hatására létrejövő egyensúlyi helyzethez konvergáló újabb állapotok sorozatát, mechanikai folyamatát. Ezen törvények kőzet- és talajmechanikai, mérnökgeológiai alkalmazásához elengedhetetlen egy koherens kőzetmodell felfogás és definíció.

A tudományos megismerés folyamata a modellalkotások sorozatán keresztül vezet, azonban ezek nem lehetnek önkényes észkonstrukciók, hanem a természettől idegen feltevések elvetésén, s az általános törvények alapulvételével felépülő visszatükröződések. **Kertésztől** származó (kőzettömeg, kőzettest, kőzettömb) kőzetmodell felfogás megfelel a legszigorúbb természettudományos követelményeknek, így a mérnökgeológia területénél jóval messzebbre mutat.

Az előadás e többszintes modellfelfogás szerepével foglalkozik. Rámutat alkalmazására a megismerés folyamatában, s az objektív valóság (természet, társadalom, emberi gondolkodás) törvényeinek feltárásában betöltött szerepére. Ebből a célból a szerző foglalkozik az energodinamika általános törvényszerűségeivel, a modellelemek közötti ugrás (szakadás, diszkontinuitás) törvényszerűségeivel, a tér-, idő- és anyagi tulajdonságok összefüggésével. Rámutat a látszat és a valóság ellentmondására, s ennek feloldási lehetőségére a magasabb modellszinten.

Az előadás befejezése néhány példát mutat be a modell alkalmazására a gazdasági folyamatok energodinamikája területéről.

1. Bevezetés

Azok, akik a természet és az emberi beavatkozás kölcsönhatását vizsgálják, egy általános tudományos diszciplína részterületére koncentrálnak, nevezetesen az energodinamika részterületére: közismert nevén az irreverzibilis termodinamikára. Az emberi (mérnöki) beavatkozás – bányászatnál, alagútépítésnél, alapozásnál, stb. – megbontja – az esetleg évmilliók óta fennálló – egyensúlyt, s a mérnöki létesítmények tervezésével egy új egyensúlyi állapotot kíván létrehozni. Ennek a célkitűzésnek az eredményessége: a természet és emberi beavatkozás kettős rendszerének modelljétől, helyesebben annak adekvát voltától függ. A tudományos megismerés is a modell-alkotásokon keresztül vezető út. Tehát kimondható, hogy a modellfogalom központi helyet foglal el a tudományos-, technikai- és technológiai ismeretek gyarapodásában.

Az előadás célja a modellalkotás objektív folyamatának vázlatos áttekintése, és **Kertész Pál** által alkotott [1] mérnökgeológiai kőzetmodell tudományterületén messze túl mutató szerepének illusztrálása.

2. Az objektív valóság végtelensége

Az objektív (akaratunktól és tudatunktól függetlenül létező) valóság egyik (talán geometriainak nevezhető) dimenziójában létező objektumok

- térben,
- időben,
- tulajdonságaiban

egyaránt végtelenek. Az emberi gondolkozás korlátozott volta miatt, a végtelenről át kell térni a végesre, s ez a következő modellalkotásokat jelenti:

A **tér** végtelenségéről a végesre való áttérést a rendszer és környezetefogalmának megalkotása tette lehetővé, amikor a vizsgált végtelen térrészt leszűkítjük egy véges tartományra (rendszer), s a figyelmen kívül hagyott komplementer tartományt hatásában, mint környezetet modellezzük. Kiemelt jelentőséggel bír a rendszer határfelülete, amelyre a környezeti hatást, mint kerületi feltételt illesztjük.

Az **idő** végtelenségéről a végesre való áttérést az állapot és a folyamat fogalmának megalkotása tette lehetővé, amikor az állapottal a rendszert jellemezzük egy adott időpillanatban, s az állapotok időbeli sorozatát nevezzük folyamatnak.

A **tulajdonságok** végtelenségéről a végesre való áttérést az állapotjelzők (állapotjellemzők) fogalmának megalkotása tette lehetővé, amikor véges számú állapotjellemzővel jellemezzük a rendszer végtelen sok anyagi tulajdonságát. Jellemző állapotjelzőknek azokat nevezzük, amelyek segítségével a rendszer tulajdonságai egy adott időpontban, legalább 90%-os megbízhatósággal leírhatók, miközben a többi (végtelen sok) tulajdonságot elhanyagoljuk.

Minden tudomány ezekkel a fogalmakkal operálva jut előre a megismerés rögös útjain. Azonban a modell kialakítása nem lehet önkényes, amennyiben a valóság bár közelítő, de adekvát tükrözése a célunk – s nem is lehet más, mert hibás premisszából kiindulva, hibátlan lépések sorozatán át is csak hibás konklúzióra juthatunk.

3. A modellalkotás szempontjai

A modellalkotásnál figyelembeveendő legfontosabb szempontok a következők lehetnek:

1. A természettől idegen feltevések elvetése, még ha az eddigi tudományos ismereteink talaján állva plauzibilisnek tűnnek is. Ennek az elvnek a figyelmen kívül hagyása, pl. a mechanika területén olyan téves felismerésekre vezettek, amelyekre komplett tudományos diszciplínák épültek. (Pl. a mechanikában az eredmények érvényességének a kis deformációk tartományára való szűkítése, a geometriai és fizikai nemlinearitás, a feszültségeknek a deformációktól való függése, stb.)

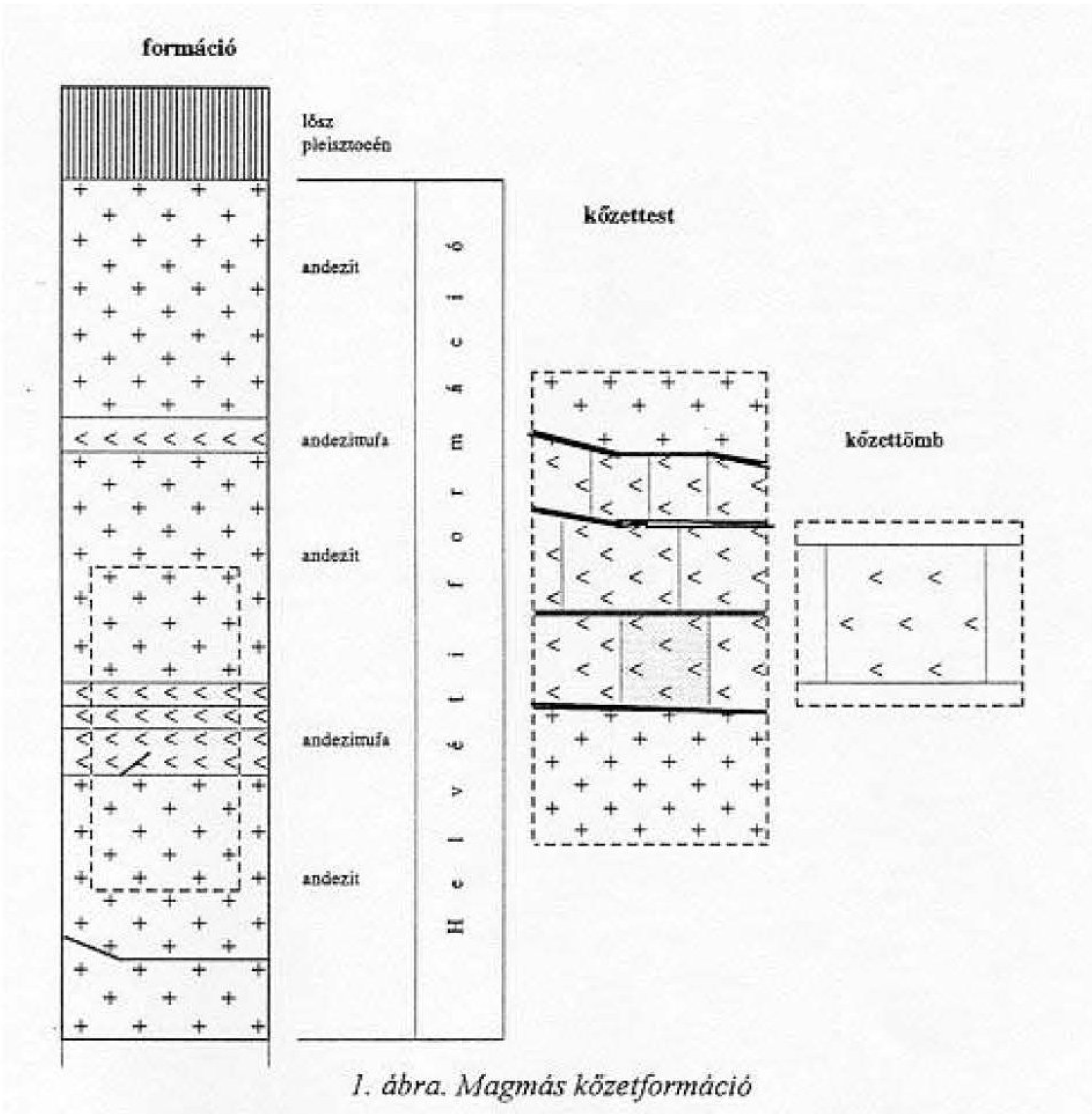
2. A modellezésnél a rendszer határai ott vannak, ahol minőségi ugrás, diszkontinuitás jelentkezik, térben, időben, vagy anyagi tulajdonságokban, nem pedig ott, ahol esetleg célszerűségi okokból ezeket a határokat szubjektíve meghúznánk. A valóság mindig többszintes hierarchikus rendszert alkot. Az alacsonyabb szintű modellelemekből a

magasabb szintű modellelem ott alakul ki, ahol már a halmaz tulajdonságai nem építhetők fel additíve, a halmazelemek tulajdonságaiból. Ez a minőségi ugrás. (Ennek a feltételnek a teljesülése, pl. a mérnökgeológiai kőzetmodellnél mindenütt megmutatkozik, mert pl. az atomok tulajdonságaiból a kőzetalkotó, a kőzetalkotó tulajdonságaiból a kőzettömb tulajdonságai egyszerű összegzéssel nem állíthatók elő.)

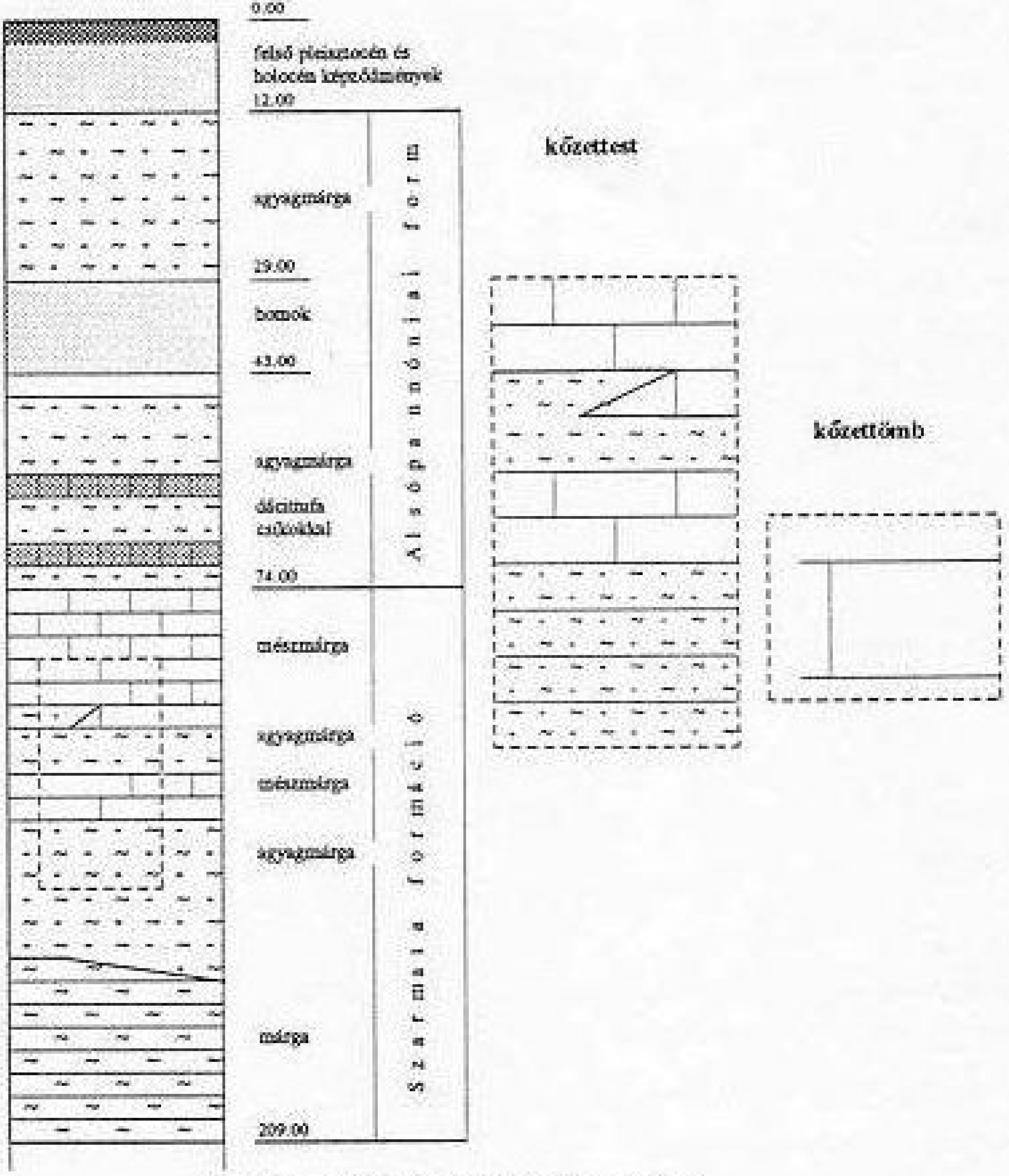
3. Az előzőkben elmondottakból következik, hogy egyszintes modell csak, mint fikció létezik. A legegyszerűbb vizsgálat is minimum kétszintes modellfeltevéssel dolgozik, úgymint a rendszerelemekkel és az elemekből felépülő rendszerrel. A valóság végtelenségéből következően minimum háromszintű modellrendszerrel kell operálni, mivel a vizsgált rendszerre vonatkozó külső hatásokat a vizsgált modellelemre csak a magasabb szintű modellből vezethetjük le.

4. A mérnökgeológiai kőzetmodell

Az elmondottak illusztrálására bemutatjuk a kőzetmodell ábráit **Kertész Pál** és ***Gálos Miklós*** 1980-ban megjelent könyvéből [4].

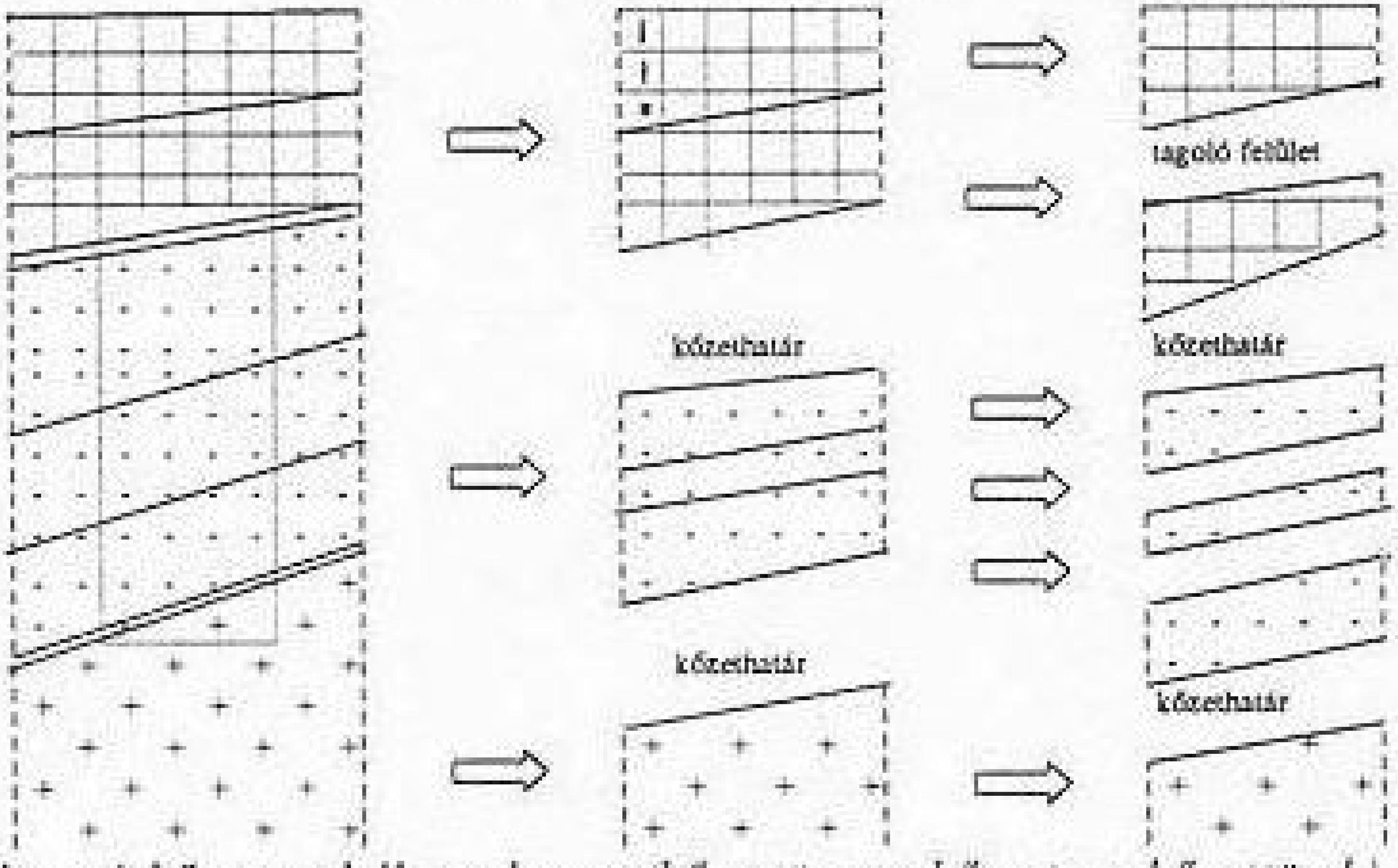


1. ábra. Magmás kőzetformáció



2. ábra. Üledékes kőzetformáció

A KOZETMODELL EGYSÉGEI				HATÁR-LEMEK	JELLEMZÉS
Mecha-nikai elemek	szilárd kőzet-tömeg	földtani formáció			periodikusan vagy szakaszosan változó, hetero-gén anizotróp (tagolt)
		kőzettest Tм		tagoltság Tт	homogén anizotróp illalában tagolt
	kőzettömb T				homogén izotróp tagolatlan
Alap-elemek	kőzetalkotó Tм			kötés Tк	szilárd, pórus folyékony, vagy légnemű kitöltése
	atomhalmaz Tа			anyag-szerkezet Tа	rendezetlen



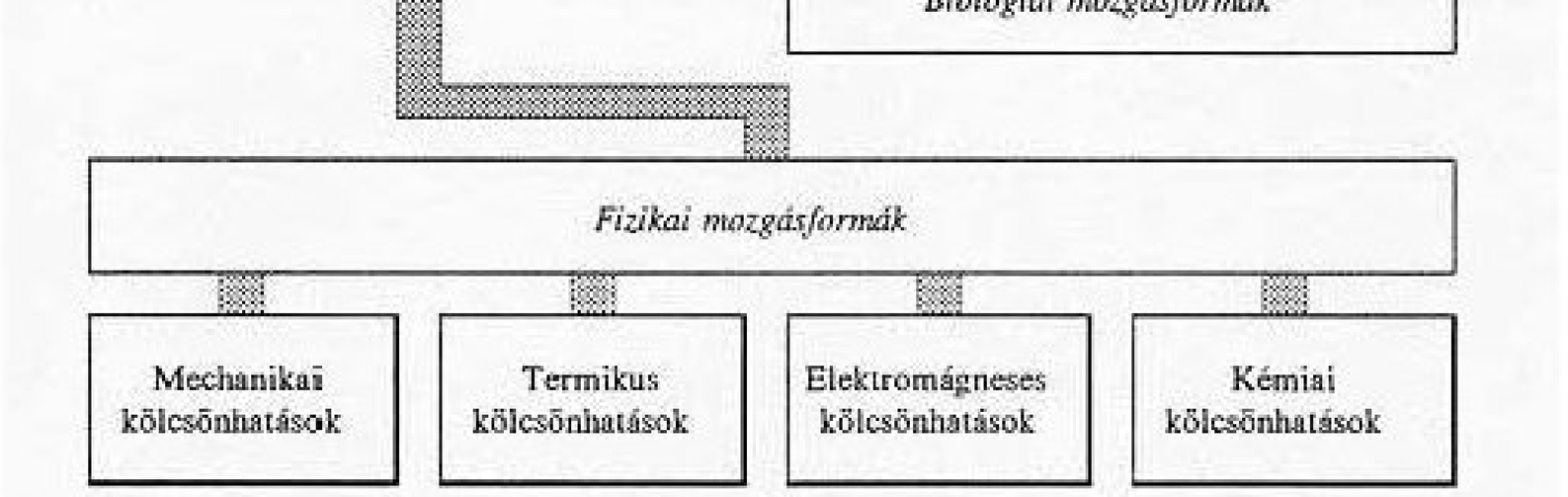
3. ábra. A kőzetmodell rendszere (kőzettömeg, kőzettest, kőzettömb)

Az illusztrációból látható, hogy a modellelemek a földkéreg különböző tartományait fedik le, de szakadások, minőségi ugrások a tulajdonságokban következnek be, s ezek lehetnek a modellelemek közötti határok.

A kőzettömb és esetenként a kőzettest az a modellelem, amelynek tulajdonságait a különböző laboratóriumi és in-situ mérésekből határozzuk meg. A modellelemek határait alkotó diszkontinuitások (tagolófelületek, kőzethatárok) jelentik azt a minőségi ugrást, amelynek figyelembevételével alkothatók meg a magasabb szintű modellelem tulajdonságai.

5. A tudomány egy modellje

A mérnökgeológiai példa után térjünk vissza a tudományos megismerés folyamatait és területeit bemutató modellhez.



4. ábra. A tudományok többszintes modellrendszere

A természet és a mérnöki beavatkozás kölcsönhatásaként fellépő jelenségek és folyamatok elemzéséhez nem elégséges az adott modellszint figyelembevétele, mert az okok feltárásához a modellelemek közötti kapcsolat tisztázása is szükséges. Ezért nem lehet a mérnökgeológiai feladatok megoldásához csupán a geológia, vagy mechanika diszciplínájának oldaláról hozzáfogni. A fizikai mozgásformák szintjéről lehet remény a valósághű ismeretek megszerzésének.

Ezt a felfogást sugallja a **Kertész-féle modellfogalom** más területekre történő kiterjesztése is. Azonban ez kiterjesztés-e? Mindig félelmünk van, ha valamiféle tudományos ismeretet más területre kívánjuk vonatkoztatni. S lehet is! Példa erre a szociál-darwinizmus kifejezés is, amely azt sugallja, hogy a biológiai mozgásformák területén megismert törvényeket valaki alkalmaz a társadalmi mozgásformák területén. Azonban teljesen más a helyzet, ha azt látjuk, hogy az objektív valóság törvényei, hogyan érvényesülnek egyes mozgásformáknál. Ekkor már természetes, hogy az általános törvény egyes területekre szűkített formái hasonlóságot, vagy azonosságot mutatnak.

Vezessük be Fényes Imre nyomán az intenzív és extenzív állapotjellemzők fogalmát. A 2. pontban bemutattuk, hogy a tulajdonságok végtelenségéről véges számú állapotjelzőre való áttérés adja a megismerés lehetőségét. Adott mozgásformákat jellemző állapotjelzők lehetnek:

- **Extenzívek** – ezek nem a tér egyes pontjaihoz, hanem tartományaihoz rendelt jellemzők, amelyek additívek, egyszerűen a tartományok egyesítésével összeadhatók (ilyenek pl. a tömeg, a térfogat, a hőmennyiség, emberek száma, bankokban lévő pénzmennyiség, stb.).

- **Intenzívek** – ezek lokális jellegű, a tér egyes pontjaihoz rendelt jellemzők, amelyek fajlagos mennyiségek, tehát nem összegezhetők (pl. a résztartományok hőmérsékleteinek összegzése nem adja a teljes tartomány hőmérsékletét, vagy a tőzsdén lévő részvények árfolyama, nem adja meg az összrészvény árfolyamát, a tőzsdei indexet.).

Ha megnézzük a fizikai mozgásformákhoz tartozó tudományterületek törvényszerűségeit, akkor meglepő azonosságot fedezünk fel (ha a magasabb modellszintről szemléljük azokat). Ennek illusztrálására írjuk fel ezeket:

Fizikai kölcsönhatás	**A tudományterület alapegyenletei**	
Mechanikai kölcsönhatások	Newton axiómák	mechanikai alapegyenletek
Termikus kölcsönhatások	állapotváltozások	entrópia-entalpia törvények
Elektromágneses kölcsönhatások	Maxwell egyenletek	elektromágneses téregyenletek
Kémiai kölcsönhatások	Kirchhoff- stb. törv.	kémiai egyensúly egyenletei

Ezek az alaptörvények egyáltalán nem meglepő módon azonosak, ugyanis a kölcsönhatásban résztvevő extenzív mennyiségek mérlegegyenleteiből, s a jellemző intenzív mennyiségek homogenizálását leíró főtételből áll. A formális különbség csak abban van, hogy a jellemző intenzív mennyiséget hogyan nevezzük (feszültségtenzor, hőmérséklet, elektromágneses potenciál, kémiai potenciál), s milyen tenzori rangúak (skalár, vektor, tenzor). Ezeket a kölcsönhatásokat termodinamikai kölcsönhatásoknak nevezzük, s az alapegyenleteket pedig az irreverzibilis termodinamika alapegyenleteinek.

A klasszikus termodinamika a belső energia áramlását vizsgálja, az irreverzibilis termodinamika viszont ezeket kiegészíti a fizika többi ágában jelenlévő jellemző egyéb energiafajtákkal (kinetikus energia, elektromágneses energia, stb.). A tudományterületek alapegyenletei pedig az energiatranszport, illetve energiaegyensúly törvényszerűségeit írják le.

6. Az energodininamika és alaptörvényei

Az energia kiemelt szerepére való tekintettel az összes mozgásformára vonatkozó törvényszerűségeket összefoglaló diszciplínát energodinamikának nevezzük.

A valóságban előforduló jelenségek teljes skáláját mindössze két törvény írja le. Az összes többi ismert törvényszerűség e kettőből vezethető le. Az egyik a jellemző extenzív paraméterekre vonatkozó mérlegegyenlet, a másik a változás irányát meghatározó törvény, amely maga is a legfontosabb mérlegegyenletből, az energiaegyenletből (az összenergia megmaradási tétele) vezethető le, de attól független.

1. ALAPTÉTEL

> A kölcsönhatások és a következményükként fellépő folyamatok, illetve statisztikus egyensúlyok egyértelműen jellemezhetők az energiatranszport, illetve energia egyensúly speciális formáival és a jellemző extenzív mennyiségek mérlegegyenleteivel.

Az alaptétel alkalmazását az a (2. pontban már tárgyalt) feltétel teszi lehetővé, hogy

> Minden rendszer állapota egyértelműen jellemezhető véges sok extenzív állapothatározó eloszlásával.

A kőzet- és talajmechanikai, mérnökgeológiai problémák tárgyalásánál az energodinamika összes mozgásformáját leszűkítjük a fizikai mozgásforma területére, vagyis feltételezzük, hogy az egyéb mozgásformák a vizsgált probléma szemszögéből nem játszanak szerepet (a folyamatban állandónak tekinthetők). Ebben az esetben a rendszer állapotát kielégítően leíró véges sok extenzív mennyiség (a térfogaton kívül): a tömeg, az impulzus, az impulzusmomentum, a kinetikus energia, belső energia és az összenergia.

Ezeknek az állapotjellemzőknek a mérlegegyenletei adják a kőzetmechanika ún. alapegyenleteit (az anyagtörvény nélkül):

Jellemző extenzív mennyiség	**A mérlegegyenlet megszokott elnevezése**
Tömeg	Kontinuitási egyenlet, tömegmegmaradási tétel
Impulzus	Egyensúlyi egyenlet, impulzusmegmaradási tétel
Impulzusmomentum	Impulzusmomentum megmaradási tétele, csúsztató feszültségek dualitásának elve
Kinetikus energia	Dinamikai egyensúly egyenlete, a kinetikus energia megmaradásának elve
Összenergia	Az energiadisszipáció elve, az energia-megmaradás elve

Minden mozgásformának van kiemelt, jellemző extenzív-intenzív mennyisége, amely meghatározza a folyamat irányát, vagyis mindegyikhez tartozik egy-egy jellemző extenzív és egy-egy jellemző intenzív mennyiség. Ezek határozzák meg az összenergia változását.

Egyszerűsített (skaláris) termodinamikai esetben ezek a következők:

Mechanikai kölcsönhatás:	-p*dV	nyomás és térfogat
Termikus kölcsönhatás:	T*dS	hőmérséklet és entrópia
Elektromágneses kölcsönhatás:	φ *de	elektromos potenciál és töltés
Kémiai kölcsönhatás:	μ *dm	kémiai potenciál és tömeg

Az energodinamika második alaptétele a folyamatok irányát és időbeli alakulását meghatározó alapvető törvény.

2. ALAPTÉTEL

> Minden rendszer a kiegyenlítődés irányába változik, a jellemző intenzív mennyiség homogén eloszlására törekszik.

Ennek a törvénynek sokféle specifikus megfogalmazása lehetséges, de ez a megfogalmazás minden mozgásformára vonatkozik.

Ha leszűkítjük vizsgálatainkat ismételten a fizikai mozgásformára, akkor ez a törvény a termodinamika II. főtételét adja. Ebből következhetnek az olyan közismert megfogalmazások, hogy

- minden fizikai rendszer az entrópia növekedés irányába mozdul el,

- zárt rendszer entrópiája egyensúlyi állapotban maximális (az entrópia maximumának tétele),

- minden fizikai rendszer a legkisebb ellenállás irányába változik (az energia minimumának tétele),

- minden fizikai rendszer rendezett állapotból a rendezetlen állapot irányába változik (az irreverzibilitás ténye).

A mérlegegyenletek a rendszer pillanatnyi állapotát tükrözik, de nem fejezik ki a változás formáját, irányát. Pl. ha két azonos tömegű testet összekapcsolunk, amelyek hőmérséklete 20° , illetve 60° , akkor bármennyi idő telik is el, soha nem lesz 10° , illetve 70° -os az egyes testek hőmérséklete, hanem mindkettőé a 40° -os hőmérséklethez konvergál. Ezt a tényt a 2. Alaptétel fejezi ki.

Az elmondottakkal azt kívántuk illusztrálni, hogy az objektív valóság összes változása két alaptörvénnyel leírható, s az egyes tudományterületek speciális törvényei e kettőből levezethetők.

7. Szingularitások a valóságban és azt leképező modellekben

A valóságot megközelítő (visszatükrözni kívánó) modellrendszer elemei diszkontinuitások mentén válnak el egymástól. A tér-idő-tulajdonság három paraméteres (dimenziós) terében a kontinuitás megszakadása mint szingularitás jelentkezik, úgymint szingularitás

- térben,
- időben és
- tulajdonságokban.

A már hivatkozott kőzetmodell (a kőzettömeg, a kőzettest és a kőzettömb) elemei szingularitások mentén válnak el egymástól, s ezek a különböző modellszinteken:

- a tagolófelület,
- a kőzethatár,
- a vetők, a rezervoir határfelületei, stb.

Ezek térbeli álló felületek, azonban pl. a kőzetjövesztésnél keletkező nyomáshullámok már a térben mozgó, tovaterjedő felületek.

A szingularitás jellemzője, hogy a szingularitás két oldalán véges nagyságrendű ugrás jelentkezik:

- pl. az anyagtulajdonságban különbség van (kőzethatár),

- az elmozdulásmező szakadást szenved (vető), stb.

Jelöljük valamely állapot jellemzőt Φ -vel, akkor ennek egy felület mentén bekövetkező ugrását Christoffel nyomán

$$[\Phi] = \Phi^{+} - \Phi^{-}$$

szimbólummal jelöljük, ahol + ill. - indexszel az állapotjellemző jobb- ill. baloldali értékét jelöli. Természetesen térbeli- és időbeli ugrás egyaránt létezhet:

$$[\Phi] = \Phi +(\mathbf{r}+\mathbf{0},t) - \Phi -(\mathbf{r}-\mathbf{0},t),$$

$$[\Phi] = \Phi +(\mathbf{r},t+0) - \Phi -(\mathbf{r},t-0).$$

A szerző [6] munkájában foglalkozik részletesebben ezzel a kérdéssel, s rámutat a (differenciálgeometriában jól ismert) Hadamard-lemma felhasználásával, hogy bármilyen állapotjellemzőnél

a tangenciális derivált ugrása **egyenlő** az ugrás tangenciális deriváltjával.

Ebben a könyvben megtalálhatók a mechanikai alapegyenletek levezetése szingularitások esetére. Most már tudjuk, hogy ezek más mozgásforma szingularitásának leírását is jelentik.

Ezáltal jelentős felismerésre jutottunk, amelynek legalább két hatását már ismerjük is:

(1) Segítségével meghatározhatjuk a többszintes hierarchikus modellrendszerek modellelemeit egymástól elválasztó modellhatárokat (és ezek nem szubjektív észkonstrukciók többé, hanem a valóságban meglévő különbözőségek visszatükröződései). Ez azt jelenti, hogy az alacsonyabb szintű modellelemből kiindulva haladunk mindaddig ameddig a vizsgált jellemző $[\Phi]$ ugrása zérus, s megkeressük azt a határt, ahol a $[\Phi]$ zérustól különböző érték.

(2) Ha az energodinamika alaptételeire alkalmazzuk az ugrás összefüggéseit, akkor megkapjuk a szingularitásra vonatkozó alaptételeket. A teljes valóság csak e kettőből áll, amelyet a különböző mozgásformáknál más és másféle elnevezésekkel illetnek, nevezetesen:

- kontinuum és diszkontinuitás (fizikai mozgásforma),
- fejlődés és minőségi változás (ugrás) (gazdasági mozgásforma),
- evolúció és revolúció (biológiai és társadalmi mozgásforma),
- gondolati elemzés és felismerés (emberi gondolkodás, tudati mozgásforma), stb.

8. A látszat és a valóság

Az ismeretelmélettel foglalkozók régóta ismerik József Attila: A Dunánál című versének szavaival, hogy "fecseg a felszín, hallgat a mély" jelenséget, vagyis azt, hogy a mélyebb megismerésben akadályként jelentkezik, hogy a látszat elfedi a lényeget. Erre végtelen sok példát lehetne felhozni, de legalább néhányat említenénk:

- geocentrikus és heliocentrikus világkép,
- rugalmasságtan és képlékenységtan,
- a rák mikrobiológiai szinten és az emberi szervezet szintjén,
- a fény kettős természete, stb.

Ennek az ellentmondásnak a feloldását a magasabb modellszinten történő vizsgálat adja.

9. Néhány alkalmazási gondolat

A jelenlévők a műszaki tudományok kiváló művelői, így gondolom, hogy a vázoltak a fizikai mozgásforma (mechanika, geológia, stb.) tudományágainak területén evidens gondolatként jelentek meg.

Engedjék meg, hogy befejezésként - mivel az elmúlt 10 évem javarészét a gazdasági folyamatok energodinamikájának szenteltem - néhány gazdasági területre vonatkozó interpretációt ismertessek.

A gazdasági folyamatokban mindazon mennyiség, amely mértékjellegű (homogén, elsőrendű függvény), tehát az additivitás jellemzi, magyarán: egyszerűen összeadható az ún. **extenzív** jellemző. Ilyenek az emberek, az anyagi javak (gépek, épületek), pénzeszközök (amelyek egyes esetekben mint befektetési tőke, más esetekben mint vásárlóerő jelentkezik), stb. Ezeket globális mennyiségeknek is nevezhetjük.

Mindazokat a mennyiségeket, amelyek lokálisak, nem mértékjellegűek (homogén, nulladrendű függvény), vagyis fajlagos értékek, nem adhatók össze, intenzív jellemzőknek nevezzük. Ilyen az egy főre jutó kereset, áramfogyasztás, a tőke hatékonysága (egységnyi tőkére jutó profit), stb.

Minden folyamatnak van jellemző extenzív-intenzív változópárja, amelynél az extenzív mennyiségek áramlanak az intenzív mennyiségek homogenizálása érdekében, irányába. Ekkor a különböző változásoknál - a GDP növekedése, a technikai- és technológiai fejlődés, tőzsdei változások, stb. - lehet vizsgálni, hogy mikor következik be szingularitás (ugrás) és mely modellszinten. Ilyen szingularitás lehet pl. a tőzsdekrach, a gazdasági válság, a háború, a technológiai váltás, stb.

10. Tiszteletadás

Előadásom főhajtás kívánt lenni azon gondolat, és e gondolat szülőatyja előtt, amelynek mint bemutattam, a tudományos felismerések sorozatát köszönhettem jómagam is. Szeretném hinni, hogy ezen vázlatos előadásban sikerült legalább halványan rámutatnom, hogy a **Kertész-féle** kőzetmodell felfogás jelentősége messze túlmutat a mérnökgeológia, talaj- és kőzetmechanika határain.

IRODALOM

[1] KERTÉSZ PÁL: A static rock model based on petrological fundamentals. 3. BUDAPEST CONFERENCE ON SOIL MECHANICS AND FOUNDATION ENGINEERING, Budapest (1968). Proceedings, Section IV pp.197-208.

[2] KERTÉSZ PÁL: Kőzetfizika. Szakmérnöki jegyzet. TANKÖNYVKIADÓ, Budapest (1970). p. 216.

[3] KERTÉSZ PÁL: Aspect général de l'étude de la résistance des roches aux interpéries. MATERIAUX ET CONSTRUCTION, Paris (1970). No.15, Volume 3. pp. 197-208.

[4] KERTÉSZ PÁL-GÁLOS MIKLÓS: A kőzetmodell. pp. 43-58. [ASSZONYI CSABA-GÁLOS MIKLÓS-KERTÉSZ PÁL-RICHTER RICHÁRD: A kőzetmechanika anyagszerkezeti és reológiai alapjai. I. kötet. MTA VESZPRÉMI AKADÉMIAI BIZOTTSÁGA, Veszprém, (1980).]

[5] KERTESZ PAL-GALOS MIKLOS-KURTI ISTVAN: General mentality of engineering geological rock examinations. PROCEEDINGS OF THE II. INTERNATIONAL CONGRESS OF THE INTERNATIONAL ASSOCIATION OF ENGINEERING GEOLOGY. Sao Paulo (1974). Volume I. Themes IV-10. pp. 1-9.

[6] ASSZONYI CSABA: Kőzetkontinuumok mechanikája. II. kötet. MTA VESZPRÉMI AKADÉMIAI BIZOTTSÁGA, Veszprém, (1980).

[7] FÉNYES IMRE: Modern Fizikai Kisenciklopédia. GONDOLAT KÖNYVKIADÓ, BUDAPEST (1981).